Description du cours de 12^e année, Calcul différentiel et vecteurs (MCV4U)

Titre du cours : Calcul différentiel et vecteurs
Code du cours : MCV4U
Niveau : 12^e année
Type de cours : Préuniversitaire
Nombre de crédit : 1.0
Préalable : MCR3U
Co-préalable : MHF4U

- **Ce cours te donnera l'occasion d'approfondir tes connaissances en mathématiques** en partant des notions apprises dans le cours de mathématiques de 11^e année préuniversitaire et dans le cours MHF4U.
- **Il peut te mener** directement aux études universitaires et tu peux le suivre en même temps que le cours MHF4U.
- **Il peut te mener vers un grand nombre de carrières telles que :** architecte, ingénieurbiomédical, directeur général (pour une équipe sportive), dentiste.

On peut obtenir le Curriculum de l'Ontario 11^e et 12^e mathématiques depuis le site Web officiel du ministère de l'Éducation de l'Ontario à cette adresse :
www.edu.gov.on.ca/fre/curriculum/elementary/math18curr.pdf

Ce cours est axé sur trois principaux domaines :

les taux de variation ;

les applications de la dérivée ;

l'algèbre et la géométrie des vecteurs.

Description du cours de 12e année, Calcul différentiel et vecteurs (MCV4U)

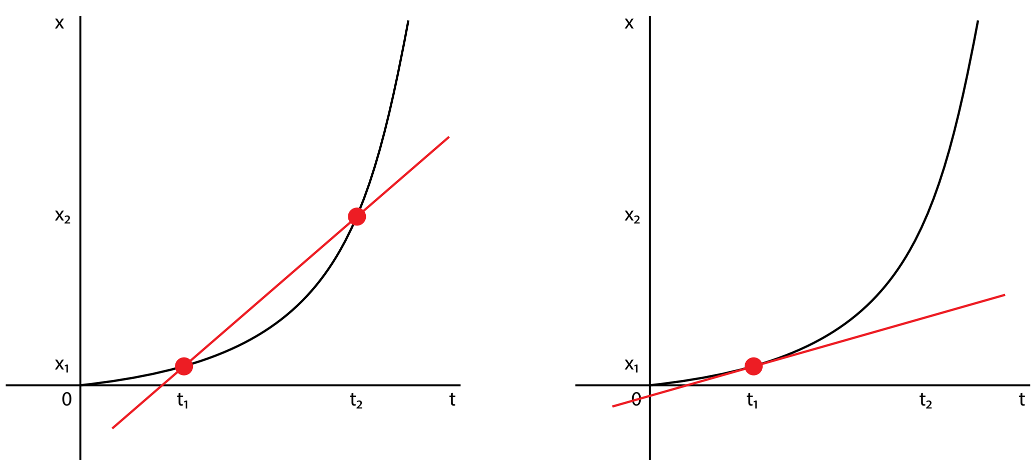
Les taux de variation :

Le calcul différentiel est l’étude des taux de variation. Les élèves apprendront quelles sont les limites des fonctions et ils exploreront les notions de taux de variation moyen et instantané. Par exemple, il auront à déterminer la formule pour calculer la vélocité moyenne d’un intervalle donnéet il devront décrire comment déterminer la vélocité instantanée à un moment donné. Les élèves apprendront aussi les règles du calcul différentiel et comment les appliquer à différents types de fonctions (polynôme, exponentielle et sinusoïdale).

Graphique x-t

vélocité moyenne

vélocité instantanée



La vélocité moyenne est la pente de la sécante, la droite passant par les deux points.

La vélocité instantanée est la pente de la tangente, la droite qui touche à la courbe sans la croiser en un point précis.

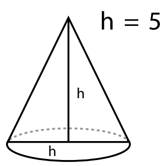
Description du cours de 12e année, Calcul différentiel et vecteurs (MCV4U)

Les applications de la dérivée :

Les élèves continueront d'avoir recours aux règles de calcul différentiel pour résoudre des problèmes liés à des situations réelles comme calculer la vitesse et la distance parcourue par des objets se déplaçant selon des modèles polynomiales. Ils auront également à résoudre des problèmes en lien avec la décroissance radioactive ou l'indice des prix et les taux d'inflation.

Le problème : En vue de se préparer pour l'hiver, les travailleurs municipaux d'une ville entassent du sable transporté par un convoyeur à un rythme de 2 mètres cubes par minute. Le sable s'accumule en formant une montagne qui a la forme d'un cône dont la hauteur est égale au diamètre. Selon les règlements de sécurité, quand la montagne de sable atteindra une hauteur de 5 m, le rythme d'aumentation de la hauteur ne doit pas dépasser 2/5π mètres par minute sinon, il faut alors diminuer le débit de sable provenant du convoyeur. Détermine si le sable est accumulé de façon sécuritaire.

La solution :



$$\left.\frac{dh}{dt}\right|_{h=5} = ?$$

$$\frac{dv}{dt} = 2\,\frac{m^3}{min}$$

$$v = \frac{\pi}{3} r^2 h$$

$$= \frac{\pi}{3}\left(\frac{1}{2}h\right)^2 h$$

$$= \frac{\pi}{12} h^3$$

$$\frac{d}{dt}(v) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\pi}{12} h^3\right)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{4} h^2 \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \left.\frac{\frac{dv}{dt}}{\frac{\pi}{4} h^2}\right|_{h=5}$$

$$= \frac{2\,\frac{\cancel{m}^3}{min}}{\frac{\pi}{4}\; 0.25\,\cancel{m}^2}$$

$$= \frac{8}{25\pi} \text{ (m/min)}$$

$\therefore$ Ce système est sécuritaire.

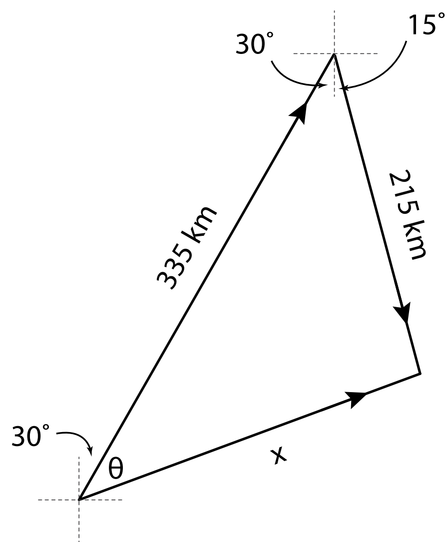
Description du cours de 12e année, Calcul différentiel et vecteurs (MCV4U)

L'algèbre et géométrie des vecteurs :

Les élèves apprendront au sujet des droites dans l'espace bidimensionnel et tridimensionnel ainsi qu'au sujet des plans. Ils étudieront l'intersection des droites et des plans. Les élèves apprendront également comment additionner et soustraire des vecteurs dans l'espace bidimensionnel et tridimensionnel. Ils examineront aussi d'autres caractéristiques et applications entourant les vecteurs pour résoudre des problèmes comme celui qui suit.

Le problème : Un avion parcourt 335 km [N 30° E] et change de direction pour parcourir 215 km [S 15° E]. Quel est le déplacement de l'avion?

La solution :



Appliquer la loi du cosinus pour trouver la valeur pour x au côté mesurant 215

$$x^2 = 335^2 + 215^2 - 2(335)(215)\cos 45^\circ$$

$$x = \sqrt{335^2 + 215^2 - 2(335)(215)\cos 45^\circ}$$

$$x = 237{,}9$$

Appliquer la loi du sinus pour trouver la valeur de l'angle opposé

$$\frac{\sin\theta}{215} = \frac{\sin 45}{237{,}9}$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{215\,(\sin 45)}{237{,}9}\right)$$

$$\theta = 39{,}7^\circ$$

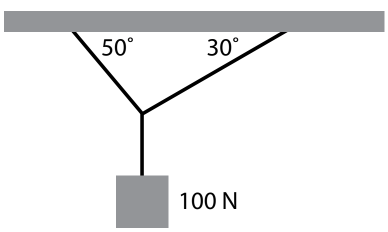
L'angle du déplacement, par rapport au nord, est de 30° + 39,7° = 69,7°

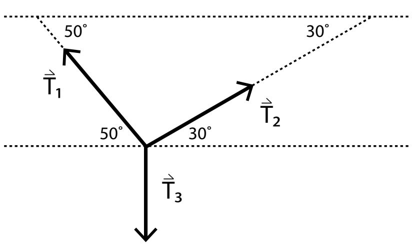
∴ L'avion s'est déplacé de 237,9 km [N 69,7° E]

Description du cours de 12^{e} année, Calcul différentiel et vecteurs (MCV4U)

Le problème : Une décoratrice veut suspendre une grande décoration à partir du plafond. Le système qu'elle va mettre en place ressemble au diagramme ci-dessous et ses composantes seront en équilibre. Elle dispose de trois options de fils pour accrocher la décoration. Les fils peuvent supporter des tensions différentes, soit 50 N pour le premier fil, 75 N pour le deuxième et et jusqu'à 100 N pour le troisième. Cependant, plus le fil est fort et épais, moins il est discret et esthétique.. Ainsi, elle veut utiliser le fil le plus mince possible. Parmi ses trois options de fil, laquelle devrait-elle choisir ?

La solution :





$T_3 = 100$ N

$R_x = T_2 \cos 30^\circ - T_1 \cos 50^\circ = 0$

$$T_2 = \frac{T_1 \cos 50^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$R_y = T_1 \sin 50^\circ + T_2 \sin 30^\circ - 100 = 0$

$$T_1 \sin 50^\circ + \frac{T_1 \cos 50^\circ}{\cos 30^\circ} \sin 30^\circ - 100 = 1$$

$$T_1 = \frac{100}{\sin 50^\circ + \frac{\cos 50^\circ}{\cos 30^\circ} \sin 30^\circ}$$

$= 87{,}94$ N

$$T_2 = \frac{T_1 \cos 50^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$= \frac{87{,}94 \cos 50^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$= \frac{87{,}94 \times 0{,}643}{0{,}866}$$

$= 65{,}27$ N

∴ Pour le fil no 1, elle doit utiliser le fil le plus épais, mais, pour l'autre, elle peut prendre le deuxième fil, celui qui peut supporter jusqu'à 75 N de tension.

Trigonometric Table

Angle en degrés	Angle en radians	Sinus	Cosinus	Tangente
26°	0,454	0,438	0,899	0,488
27°	0,471	0,454	0,891	0,510
28°	0,489	0,469	0,883	0,532
29°	0,506	0,485	0,875	0,554
30°	0,524	0,500	0,866	0,577
31°	0,541	0,515	0,857	0,601
32°	0,559	0,530	0,848	0,625
33°	0,576	0,545	0,839	0,649
34°	0,593	0,559	0,829	0,675
35°	0,611	0,574	0,819	0,700

Angle en degrés	Angle en radians	Sinus	Cosinus	Tangente
41°	0,716	0,656	0,755	0,869
42°	0,733	0,669	0,743	0,900
43°	0,750	0,682	0,731	0,933
44°	0,768	0,695	0,719	0,966
45°	0,785	0,707	0,707	1,000
46°	0,716	0,656	0,695	1,036
47°	0,733	0,669	0,682	1,072
48°	0,750	0,682	0,669	1,111
49°	0,768	0,695	0,656	1,150
50°	0,785	0,707	0,643	1,192