Description du cours, de 11e année, Fonctions, (MCR3U)

Titre du cours : Fonctions
Code du cours : MCR3U
Niveau : 11e année

Type de cours : Préuniversitaire
Nombre de crédit : 1.0
Préalable : MPM2D

- **Ce cours te donnera l'occasion d'approfondir tes connaissances en mathématiques** en partant des notions apprises dans le cours de 10e année de mathématiques, théorique.
- **Il te permettra d'accéder aux cours** MHF4U, MCV4U et MDM4U.
- **Il te donnera aussi la possibilité de suivre les cours** MCT4C et MAP4C.

On peut obtenir le Curriculum de l'Ontario 11e et 12e mathématiques depuis le site Web officiel du ministère de l'Éducation de l'Ontario à cette adresse :
www.edu.gov.on.ca/fre/curriculum/elementary/math18curr.pdf

Ce cours est axé sur quatre principaux domaines :

les caractéristiques des fonctions ;

les fonctions exponentielles ;

les fonctions discrètes ;

les fonctions trigonométriques.

Description du cours, de 11e année, Fonctions, (MCR3U)

Les caractéristiques des fonctions :

Les élèves devront démontrer leur compréhension des fonctions du second degré et la façon dontelles sont représentées ainsi que résoudre des problèmes pratiques. Ils devront également simplifier des expressions rationnelles à l'aide de la factorisation afin de résoudre des problèmes comme celui qui suit.

Le problème : À compter d'une certaine distance près d'un aéroport il est interdit de faire voler un drone. Si un drone pénètre à l'intérieur de la zone interdite, alors l'aéroport va tenter de l'intercepter et de le faire tomber avec ses propres drones. Pour réussir, le drone chasseur doit voler à la même hauteur que l'autre drone. Si on modélise la hauteur du drone illégal (h) en fonction du temps (t) par la formule $h(t) = t + 6$, et que la hauteur du drone chasseur est modélisée par la formule $h(t) = -t^2 + 3t + 9$, à quel moment le drone illégal sera-t-il intercepté ?

La solution:

Drone 1 $\longrightarrow$ $h(t) = t + 6$

Drone 2 $\longrightarrow$ $h(t) = -t^2 + 3t + 9$

Établir le rapport de la formule pour trouver le temps d'interception.

$$t + 6 = -t^2 + 3t + 9$$

$$0 = -t^2 + 2t + 3$$

$$0 = -(t^2 - 2t - 3)$$

$$0 = -(t - 3)(t + 1)$$

$$t = 3 \quad \text{or} \quad \cancel{t = -1}$$

∴ Le drone sera intercepté à 3 secondes.

Description du cours, de 11e année, Fonctions, (MCR3U)

Les fonctions exponentielles :

Les élèves auront recours à leurs connaissances en matière des lois des exposants pour résoudre des équations comprenant des exposants, par exemple, calculer la demi-vie d'un élément (c'est-à-dire le temps qu'il faudra pour que la radioactivité d'un isotope particulier diminue à la moitié de sa valeur originale). Ils examineront aussi les propriétés des fonctions exponentielles et ils résoudront des problèmes où les fonctions exponentielles sont utilisées.

Le problème : Un pâtissier attend un client qui s'en vient chercher le gâteau qu'il a commandé dans 15 minutes. Or, le gâteau vient juste d'être retiré du four. S'ilplace le gâteau dans une boîte avant qu'il n'ait pu refroidir au point d'atteindre la température de la pièce (20º C), il sera gâté. Aussi, le pâtissier a-t-il décidé de retirer le gâteau du four et de le placer immédiatement dehors où la température est de -3º C dans l'espoir qu'il refroidira assez vite. Si nous modélisons la situation avec la formule $T(t) = 250\,(0.4)^{t/10} - 3$ où T représente la température et t, le temps exprimé en minutes, est-ce que le gâteau sera prêt au moment où le client arrivera à la pâtisserie?

La solution :

$$T(t) = 250\,(0.4)^{\frac{t}{10}} - 3$$

Quelle est la valeur de T quand $t = 15$?

$$\begin{aligned} T(15) &= 250\,(0.4)^{\frac{15}{10}} - 3 \\ &= 250\,(0.4)^{1.5} - 3 \\ &= 63.25 - 3 \\ &= 60.25^{\circ} \end{aligned}$$

Alors, non le gâteau ne sera pas prêt pour que le client l'emporte.

Description du cours, de 11e année, Fonctions, (MCR3U)

Les fonctions discrètes

Les élèves étudieront les suites de nombres créées par l'addition (les suites arithmétiques) ains que par la multiplication (suites géométriques) et comment celles-ci peuvent être appliquées à des exemples comme des contrats bancaires. Ils analyseront aussi les placements à investissement unique et les rentes, par exemple en examinant l'échéancier de paiements par amortissement dansun contrat d'achat d'une nouvelle voiture. Ils pourront aussi résoudre des problèmes comme celui qui suit.

Le problème : Une de tes amies a commencé, à l'âge de 20 ans, à investir 1 000 $ par année dans un RÉER qui rapporte 6 % par année en intérêt composé de façon annuelle. Un autre ami qui a le même âge maintient que, pour accumuler la même somme d'argent, à l'âge de 65 ans, que l'autre amie qui investit depuis l'âge de 20 ans, tout ce qu'il doit faire c'est d'investir 3 000 $ par année dans le même RÉER à partir de l'année où il aura 50 ans. Le deuxième ami a-t-il raison? Sinon, quelle sera la différence entre la valeur des deux RÉER?

La solution :

On peut aborder cette question en ayant recours à la formule pour déterminer la valeur future.

	Amie no 1	Ami no 2
	$P = 1000$	$P = 3000$
	$t = 0.06$	$t = 0.06$
	$n = 45$	$n = 15$

$$VF = P\left(\frac{(1+t)^n - 1}{t}\right)$$

$$VF = 1000\left(\frac{(1+0.06)^{45} - 1}{0.06}\right) = 212\,743{,}51\ \$$$

$$VF = 3000\left(\frac{(1+0.06)^{15} - 1}{0.06}\right) = 69\,827{,}91\ \$$$

∴ L'ami no 2 s'est trompé et finira par avoir 142 915,60 $ de moins que l'amie no 1.

Description du cours, de 11e année, Fonctions, (MCR3U)

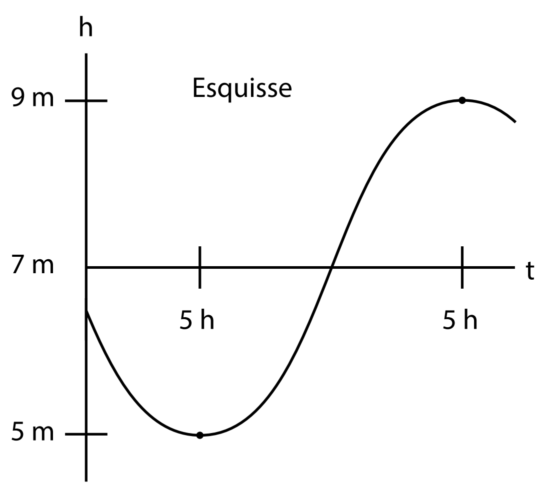
Les fonctions trigonométriques :

Les élèves devront résoudre des problèmes en ayant recours aux identités trigonométriques. Ils vont également étudier les fonctions trigonométriques en analysant différents modèlescomme le balancement du pendule d'une horloge grand-père, la rotation de l'aile d'un moulin à vent. Ils résoudront aussi des problèmes en utilisant les caractéristiques sinusoïdales des marées, comme dans l'exemple qui suit.

Le problème : La profondeur variable de l'eau dans un port occasionnée par les marées peut être représentée par une fonction sinusoïdale. Lors d'une excursion en bateau, tu cherches à mouiller ton bateau de façon sécuritaire dans ce port. Or, c'est seulement possible si l'eau est d'une profondeur d'au moins 6,5 mètres.   Dans ce port, la marée basse a lieu à 5 h et l'eau baisse jusqu'à une profondeur de 5,0 m. À marée haute, qui arrive à 17 h, l'eau remonte jusqu'à atteindre une profondeur de 9,0 m. Dans ce cas, sera-t-il possible de mouiller le bateau en toute sécurité dans ce port entre 11 h et 14 h ?

La solution :

En ayant recours à tes connaissances des fonctions sinusoïdales, il est possiblede représenter la hauteur des marées à différents moments de la journée au moyen d'une esquisse



Il faut établir la formule que représente la fonction sinusoïdale dans cette esquisse

Établir la formule

$h(t) = -a \cos k\,(t - h) + p$

$a = \dfrac{9 + 5}{2}$
$= 2$

$k = \dfrac{360}{24}$
$= 15$

$h = 5$

$p = 5 + 2$
$= 7$

$h(t) = -2 \cos 15\,(t - 5) + 7$

Vérifier avec la valeur
$t = 11$ and $t = 14$

$h(11) = -2 \cos 15\,(11 - 5) + 7$
$= 7.0$ m

$h(14) = -2 \cos 15\,(14 - 5) + 7$
$= 8.414$ m

∴ Le bateau peut être mouillé en toute sécurité