

Description du cours de 10^e année, Principes de mathématiques (MPM2D)

Titre du cours : Principes de mathématiques

Code du cours : MPM2D

Niveau : 10^e année

Type de cours : Théorique

Nombre de crédit : 1.0

Préalables : MPM1D ou MPM1H (après MFM1P)

- **Ce cours te donnera l'occasion d'approfondir tes connaissances en mathématiques** en partant des notions apprises dans le cours de 9^e année de mathématiques, théorique.
- **Il te permettra d'accéder aux cours** MCR3U et MCF3M.
- **Il te donnera également la possibilité de suivre les cours** MBF3C et MEL3E.

On peut obtenir le Curriculum de l'Ontario 9^e et 10^e mathématiques depuis le site Web officiel du ministère de l'Éducation de l'Ontario à cette adresse :

<http://www.edu.gov.on.ca/fre/curriculum/secondary/math.html>

Ce cours est axé sur trois principaux domaines :

les fonctions du second degré définies par une équation de la forme

- $y = ax^2 + bx + c$
- $y = a(x - s)(x - t)$
- $y = a(x - h)^2 + k$

la géométrie analytique ;

la trigonométrie.

Description du cours de 10^e année, Principes de mathématiques (MPM2D)

Les fonctions du second degré définies par une équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$:

Les élèves exploreront des relations non linéaires représentés algébriquement et graphiquement. Ils multiplieront et factoriseront des polynômes afin de résoudre équations modélisant des situations telles que des problèmes de seuil de rentabilité ou des problèmes de hauteur maximale atteinte par une balle lancée dans les airs.

Problem : Expliquer comment on représenterait graphiquement la courbe de l'équation suivante $y = x^2 + 2x - 8$, en déterminant ses zéros et son sommet.

$$y = x^2 + 2x - 8$$

Facteur

$$y = (x + 4)(x - 2)$$

$$0 = (x + 4)(x - 2)$$

Trouver les zéros

$$x + 4 = 0 \quad x - 2 = 0$$

$$x = -4 \quad x = 2$$

Trouver l'axe de symétrie

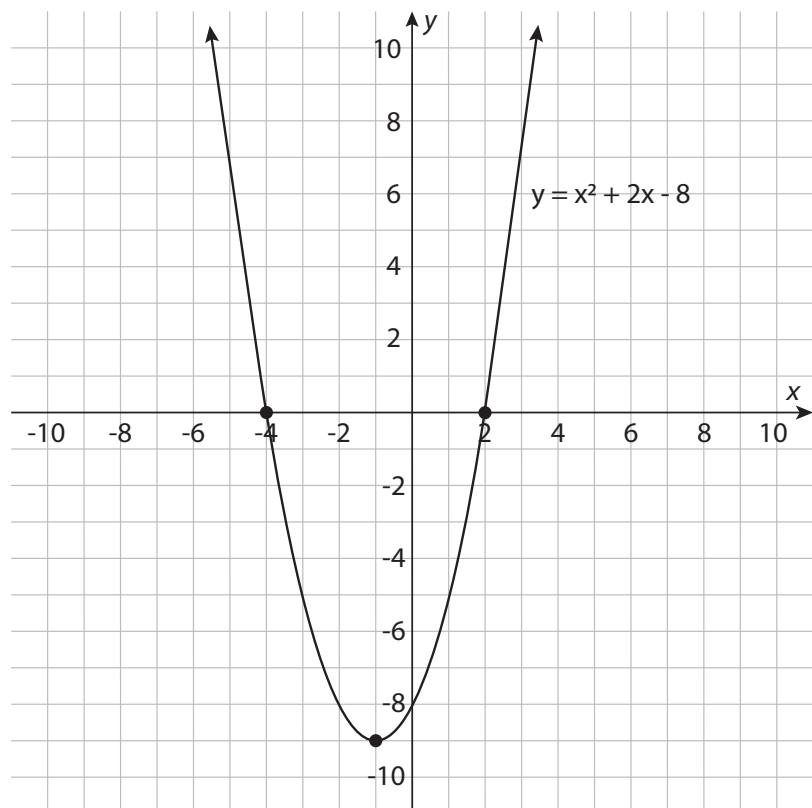
$$x = \frac{-4 + 2}{2}$$

$x = -1$ qui est aussi l'abscisse du sommet

Insérer l'abscisse du sommet dans l'équation originale pour trouver l'ordonnée du sommet.

$$y = (-1)^2 + 2(-1) - 8 \\ = -9$$

sommet = (-1, -9)



Description du cours de 10^e année, Principes de mathématiques (MPM2D)

Problem: La formule qui exprime le profit réalisé par une compagnie se résume par l'équation $P = -1,1x^2 + 15,3x - 10,3$ où P représente le profit, en milliers de dollars et x , le nombre d'unités vendues, en milliers. Déterminer les seuils de rentabilité pour cette compagnie et le nombre d'unités qu'elle doit vendre pour maximiser ses profits.

Solution:

$$P = -1,1x^2 - 15,3x - 10,3$$

Pour déterminer les seuils de rentabilité

$$0 = -1,1x^2 - 15,3x - 10,3$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-15,3 \pm \sqrt{(15,3)^2 - 4(-1,1)(-10,3)}}{2(-1,1)}$$

$$= \frac{-15,3 \pm \sqrt{188,77}}{-2,2}$$

$$= \frac{-15,3 + \sqrt{188,77}}{-2,2} \quad = \frac{-15,3 - \sqrt{188,77}}{-2,2}$$

$$= 0,709$$

$$= 13,2$$

Pour déterminer le nombre d'unités qu'il faut vendre pour maximiser les profits

$$= \frac{0,709 + 13,2}{2}$$

$$= 6,9545$$

- ∴ Étant donné que x représente le nombre d'unités vendues en milliers, il faut multiplier les zéros obtenus par 1 000. $0,709 \times 1\,000 = 709$ et $13,2 \times 1\,000 = 13\,200$.
Les seuils de rentabilité sont atteints lorsque 709 unités sont vendues et lorsque 13 200 unités sont vendues. Le profit maximal est atteint quand 6 955 unités sont vendues.

Description du cours de 10^e année, Principes de mathématiques (MPM2D)

Géométrie analytique :

Les élèves résoudre des problèmes comme le problème ci-dessous en ayant recours à la représentation graphique des droites tout en résolvant algébriquement le système d'équations correspondant.

Problème : Robert planifie un banquet pour 240 invités. Ses invités peuvent choisir soit un repas de steak, à 12 \$, soit un repas végétarien, à 8\$. Le coût total des repas du banquet s'élève à 2 100 \$. Combien d'invités ont commandé le steak et combien ont commandé le repas végétarien?

Solution:

Soit s : le nombre d'invités qui commandent du steak.

Soit v : le nombre d'invités qui commandent le repas végétarien.

$$s + v = 240 \quad (1)$$

$$12s + 8v = 2100 \quad (2)$$

Résoudre par substitution ou par élimination

Isoler v in (1)

$$v = 240 - s \quad (3)$$

$$12 \times (1) \quad 12s + 12v = 2880 \quad (4)$$

$$12s + 8v = 2100 \quad (2)$$

Insérer (3) dans (2)

$$12s + 8(240 - s) = 2100$$

$$(4) - (2) \quad 4v = 780$$

$$v = \frac{780}{4}$$

$$v = 195$$

Résoudre pour s

$$12s + 1920 - 8s = 2100$$

$$4s = 180$$

$$s = 45$$

Insérer $v = 195$ dans (1)

$$s + 195 = 240$$

$$s = 240 - 195$$

$$s = 45$$

Insérer $s = 45$ dans (1)

$$45 + v = 240$$

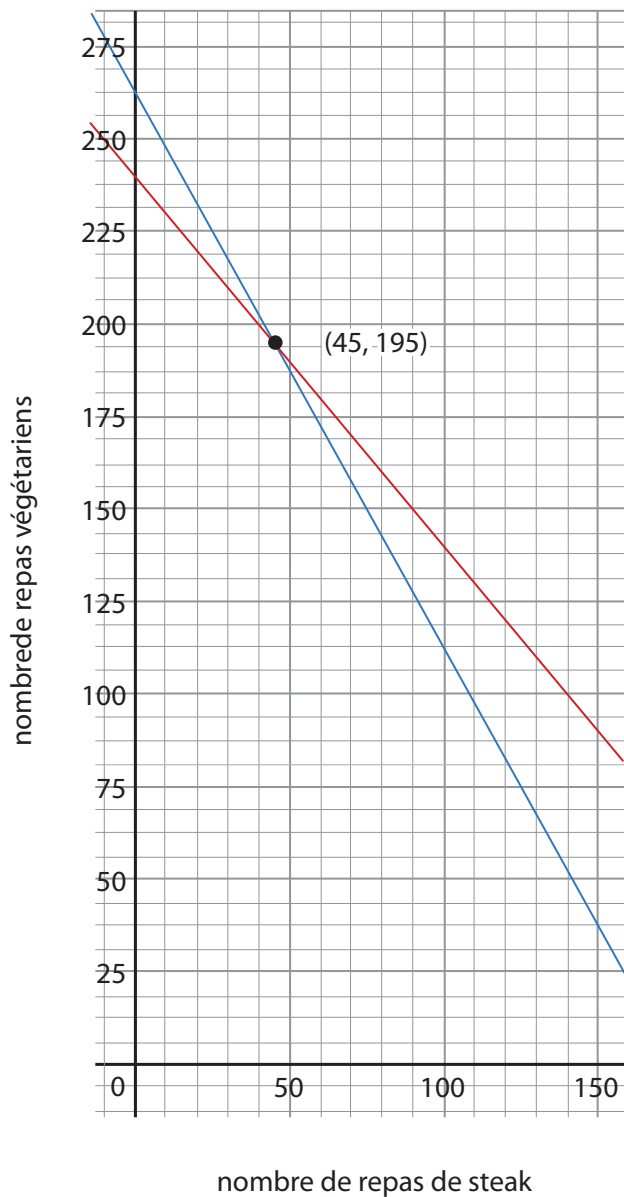
$$v = 240 - 45$$

$$v = 195$$

∴ On a donc servi 45 repas de steak et 195 repas végétariens

Description du cours de 10^e année, Principes de mathématiques (MPM2D)

On peut vérifier la solution de ce problème au moyen d'un graphique

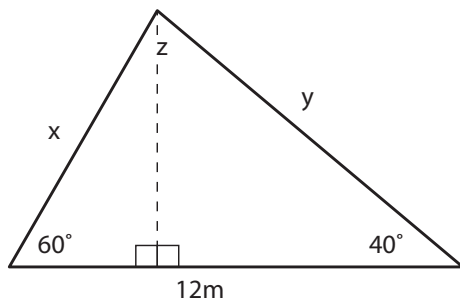


Description du cours de 10^e année, Principes de mathématiques (MPM2D)

La Trigonométrie :

Les élèves devront résoudre des problèmes liés à des triangles semblables, à des triangles rectangles et à des triangles scalènes. Ils auront recours à des rapports, à des formules et à des règles pour créer des modèles à l'échelle et pour déterminer les dimensions de certains objets difficilement accessibles, comme la hauteur d'une tour de téléphone cellulaire, ou encore la largeur d'une rivière ou d'un canyon.

Problème : Deux fils d'appui servent à maintenir une tour de téléphone cellulaire en place. Ces fils sont fixés au sol à une distance de 12 m l'un de l'autre, et de manière à créer des angles de 40° et de 60° par rapport au sol. Quelle est la longueur de chacun des deux fils ? Quelle est la hauteur de la tour de téléphone cellulaire ?



$$\begin{aligned}\angle z &= 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ \\ &= 80^\circ\end{aligned}$$

$$\frac{x}{\sin 40^\circ} = \frac{12}{\sin 80^\circ} \quad \frac{y}{\sin 60^\circ} = \frac{12}{\sin 80^\circ}$$

$$x = 7,83 \quad y = 10,55$$

∴ Les fils mesurent 7,83 m et 10,55 m respectivement.

Pour calculer la hauteur de la tour :

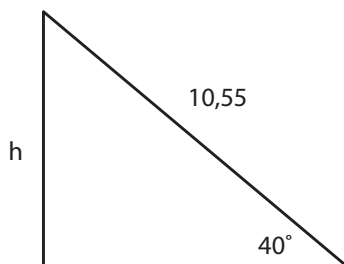
$$\sin 40^\circ = \frac{h}{10,55}$$

$$10,55 \times \sin 40^\circ = h$$

$$10,55 \times 0,698 = h$$

$$7,36 = h$$

∴ La tour est d'une hauteur de 7,36 m.



Description du cours de 10^e année, Principes de mathématiques (MPM2D)

Table trigonométrique

Angle en degrés	Angle en radians	Sinus	Cosinus	Tangente	Angle en degrés	Angle in radians	Sinus	Cosinus	Tangente
36°	0,628	0,588	0,809	0,727	81°	1,414	0,988	0,156	6,314
37°	0,646	0,602	0,799	0,754	82°	1,431	0,990	0,139	7,115
38°	0,663	0,616	0,788	0,781	83°	1,449	0,993	0,122	8,144
39°	0,681	0,629	0,777	0,810	84°	1,466	0,995	0,105	9,514
40°	0,698	0,643	0,766	0,839	85°	1,484	0,996	0,087	11,43
41°	0,716	0,656	0,755	0,869	86°	1,501	0,998	0,070	14,301
42°	0,733	0,669	0,743	0,900	87°	1,518	0,999	0,052	19,081
43°	0,750	0,682	0,731	0,933	88°	1,536	0,999	0,035	28,636
44°	0,768	0,695	0,719	0,966	89°	1,553	1,000	0,017	57,290
45°	0,785	0,707	0,707	1,000	90°	1,571	1,000	0,000	∞